

**Lista I.**

Rachunek zbiorów. Działania na liczbach rzeczywistych. Działania na potęgach i wyrażeniach algebraicznych. Symbol Newtona.

1.1. Wyznacz zbiory:

(a)  $A \cup B$ , (c)  $B \cap C$ , (e)  $A \setminus B$ , (g)  $(A \cup B) \cap C$ ,

(b)  $A \cap B$ , (d)  $B \setminus A$ , (f)  $C \setminus (A \cap B)$ , (h)  $(A \cap B) \cap C$ ,

gdz: (I)  $A = \{-3, -2, 0, 2, 5, 7\}$ ,  $B = \{-1, 1, 2, 5\}$ ,  $C = \langle -5, 5 \rangle$ ,

(II)  $A = \langle -3, 5 \rangle$ ,  $B = (0, 5)$ ,  $C = \langle -2, +\infty \rangle$ .

1.2. Przestrzenią jest  $\mathbb{R}$ . Wyznacz dopełnienia następujących zbiorów:

$A = (-\infty, 5)$ ,  $B = (-5, +\infty)$ ,  $C = \langle -3, 2 \rangle$ ,  $D = (-4, 6)$ .

1.3. Przestrzenią jest  $\mathbb{R}$ . Dane są przedziały  $A = \langle 2, 4 \rangle$  i  $B = \langle 3, 5 \rangle$ . Wyznacz zbiory

(a)  $(A \cup B)'$ , (c)  $A' \cup B'$ , (e)  $(A \setminus B)'$ , (g)  $B \setminus A'$ ,

(b)  $A' \cap B'$ , (d)  $(A \cap B)'$ , (f)  $A' \setminus B$ , (h)  $A' \setminus B'$ .

1.4. Wyznacz  $A \times B$ ,  $A \times C$ ,  $C \times D$ ,  $C \times E$ , jeśli  $A = \{5, 6, 7\}$ ,  $B = \{7, 8, 9\}$ ,  $C = \langle -1, 1 \rangle$ ,  $D = \langle -2, +\infty \rangle$  i  $E = \langle 0, 2 \rangle$ . Przedstaw graficznie zbiory  $A \times C$ ,  $C \times D$  i  $C \times E$ .

1.5. Które z następujących liczb są niewymierne:  $\sqrt{2}$ ,  $2\sqrt{3}$ ,  $-\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{8}$ ,  $4\sqrt{9}$ ,  $1 + \sqrt{2}$ ,  $3$ ,  $14$ ,  $\pi$ ?

1.6. Oblicz: (a)  $\frac{0,1}{\left(140\frac{7}{30} - 138\frac{5}{12}\right) : 18\frac{1}{6}}$ , (b)  $\frac{1\frac{3}{4} \cdot 3}{2\frac{1}{9} \cdot 0,225 + \left(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}\right) : \frac{4}{5}}$ .

1.7. Porównaj liczby:

(a)  $12\frac{1}{22} - 2\frac{1}{2}$  oraz  $14\frac{1}{44} - 4\frac{1}{4}$ , (b)  $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$  oraz  $\sqrt[3]{1024}$ .

1.8. Oblicz (usuń niewymierność z mianownika i wykonaj działania):

(a)  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ , (b)  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$ , (c)  $\frac{12}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + 2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3})$ .

1.9. Przybliżeniem liczby  $\pi$  jest 3,1415926. Podaj przybliżenia dziesiętne liczby  $\pi$  z dokładnością do 3, 4, 5 i 6 miejsc po przecinku.

1.10. Wylicz  $b$  z podanych równań: (a)  $a = \frac{b-1}{b+a}$ , (b)  $a - b = \frac{b-1}{a}$ , (c)  $\frac{a^2 + ab}{b} = 3$ .

1.11. Oblicz:

(a)  $\frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$ , (b)  $\frac{25 \cdot (180 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6)}{(216^3 - 36^4)}$ , (c)  $\left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3} \right]^{-2}$ ,

$$(d) \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0, 25)^0}, \quad (e) \frac{\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}}}{16^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}, \quad (f) \frac{\sqrt{5}^{\sqrt{5}} \cdot 5^{\sqrt{5}+1}}{125^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}}.$$

1.12. Wykonaj wskazane działania: (a)  $(2a^2b^3c)^6 \cdot (-ab^2c^2d)^4$ , (b)  $16x^2y^3 : \left(-\frac{20x^5y^4}{3a^2b}\right)$ ,  
(c)  $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5} : \frac{7cd}{12a^3}\right) \cdot \frac{28a^4}{3b^2}$ , (d)  $\frac{2a^3 - 2b^3}{3a + 3b} : \frac{a^2 - 2ab + b^2}{6a^2 - 6b^2}$ , (e)  $\frac{a^4 - x^4}{a^3 - x^3} : \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}$ .

Doprowadź do możliwie najprostszej postaci wyrażenia:

1.13.  $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x + y}{2x - 2y} + 1$ . 1.14.  $\frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{6}{x^2 - 1} + \frac{3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$ .

1.15.  $\frac{ab + bc + ac + c^2}{ab - ac - bc + c^2} : \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}$ . 1.16.  $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{2x + 2y}{ax^2 + 2axy + ay^2}$ .

1.17.  $\left(\frac{3(x - y)}{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{5}{6}} - x^{-\frac{1}{6}}y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot x^{\frac{1}{6}}$ . 1.18.  $\left(\frac{a^{1,5} - b^{1,5}}{a - b} - \frac{a - b}{a^{0,5} - b^{0,5}}\right) \cdot (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})$ .

1.19.  $\frac{1}{a - b} - \frac{3ab}{a^3 - b^3} - \frac{b - a}{a^2 + ab + b^2}$ . 1.20.  $\frac{n + 2 + \sqrt{n^2 - 4}}{n + 2 - \sqrt{n^2 - 4}} + \frac{n + 2 - \sqrt{n^2 - 4}}{n + 2 + \sqrt{n^2 - 4}}$ .

1.21.  $\left(\frac{5a}{a + x} + \frac{5x}{a - x} + \frac{10ax}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{a}{a + x} + \frac{x}{a - x} - \frac{2ax}{a^2 - x^2}\right)$ .

1.22.  $\left(\frac{a^2 - ab}{a^2b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + ab^2 - a^3}\right) \cdot \left(1 - \frac{b - 1}{a} - \frac{b}{a^2}\right)$ .

1.23.  $\left(\frac{(\sqrt{a} + 1)^3 - a\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 1)^2 - \frac{a - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}}\right)^{-1}$ .

1.24.  $\frac{a^2 + a - 2}{a^{n+1} - 3a^n} \left[\frac{(a + 2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a}\right], \quad n \in \mathbb{N}$ .

1.25. Napisz rozwinięcia następujących potęg:

(a)  $(x - y)^4$ , (b)  $(x + y)^5$ , (c)  $(\sqrt{x} - 1)^6$ , (d)  $(x - 3y)^5$ , (e)  $\left(1 + \frac{1}{5}\right)^5$ .

1.26. Wyznacz współczynniki rozwinięcia dwumianu  $\left(x^8 + \frac{1}{x^4}\right)^{12}$  występujący przy  $x^{60}$ .

