

Lista I.

Rachunek zbiorów. Działania na liczbach rzeczywistych. Działania na potęgach i wyrażeniach algebraicznych. Symbol Newtona.

1.1. Wyznacz zbiory:

(a) $A \cup B$, (c) $B \cap C$, (e) $A \setminus B$, (g) $(A \cup B) \cap C$,

(b) $A \cap B$, (d) $B \setminus A$, (f) $C \setminus (A \cap B)$, (h) $(A \cap B) \cap C$,

gdz: (I) $A = \{-3, -2, 0, 2, 5, 7\}$, $B = \{-1, 1, 2, 5\}$, $C = \langle -5, 5 \rangle$,

(II) $A = \langle -3, 5 \rangle$, $B = (0, 5)$, $C = \langle -2, +\infty \rangle$.

1.2. Przestrzenią jest \mathbb{R} . Wyznacz dopełnienia następujących zbiorów:

$A = (-\infty, 5)$, $B = (-5, +\infty)$, $C = \langle -3, 2 \rangle$, $D = (-4, 6)$.

1.3. Przestrzenią jest \mathbb{R} . Dane są przedziały $A = \langle 2, 4 \rangle$ i $B = \langle 3, 5 \rangle$. Wyznacz zbiory

(a) $(A \cup B)'$, (c) $A' \cup B'$, (e) $(A \setminus B)'$, (g) $B \setminus A'$,

(b) $A' \cap B'$, (d) $(A \cap B)'$, (f) $A' \setminus B$, (h) $A' \setminus B'$.

1.4. Wyznacz $A \times B$, $A \times C$, $C \times D$, $C \times E$, jeśli $A = \{5, 6, 7\}$, $B = \{7, 8, 9\}$, $C = \langle -1, 1 \rangle$, $D = \langle -2, +\infty \rangle$ i $E = \langle 0, 2 \rangle$. Przedstaw graficznie zbiory $A \times C$, $C \times D$ i $C \times E$.

1.5. Które z następujących liczb są niewymierne: $\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$, $4\sqrt{9}$, $1 + \sqrt{2}$, 3 , 14 , π ?

1.6. Oblicz: (a) $\frac{0,1}{\left(140\frac{7}{30} - 138\frac{5}{12}\right) : 18\frac{1}{6}}$, (b) $\frac{1\frac{3}{4} \cdot 3}{2\frac{1}{9} \cdot 0,225 + \left(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}\right) : \frac{4}{5}}$.

1.7. Porównaj liczby:

(a) $12\frac{1}{22} - 2\frac{1}{2}$ oraz $14\frac{1}{44} - 4\frac{1}{4}$, (b) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$ oraz $\sqrt[3]{1024}$.

1.8. Oblicz (usuń niewymierność z mianownika i wykonaj działania):

(a) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$, (b) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$, (c) $\frac{12}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + 2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3})$.

1.9. Przybliżeniem liczby π jest 3,1415926. Podaj przybliżenia dziesiętne liczby π z dokładnością do 3, 4, 5 i 6 miejsc po przecinku.

1.10. Wylicz b z podanych równań: (a) $a = \frac{b-1}{b+a}$, (b) $a - b = \frac{b-1}{a}$, (c) $\frac{a^2 + ab}{b} = 3$.

1.11. Oblicz:

(a) $\frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$, (b) $\frac{25 \cdot (180 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6)}{(216^3 - 36^4)}$, (c) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3} \right]^{-2}$,

$$(d) \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0, 25)^0}, \quad (e) \frac{\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}}}{16^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}, \quad (f) \frac{\sqrt{5}^{\sqrt{5}} \cdot 5^{\sqrt{5}+1}}{125^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}}.$$

1.12. Wykonaj wskazane działania: (a) $(2a^2b^3c)^6 \cdot (-ab^2c^2d)^4$, (b) $16x^2y^3 : \left(-\frac{20x^5y^4}{3a^2b}\right)$,
(c) $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5} : \frac{7cd}{12a^3}\right) \cdot \frac{28a^4}{3b^2}$, (d) $\frac{2a^3 - 2b^3}{3a + 3b} : \frac{a^2 - 2ab + b^2}{6a^2 - 6b^2}$, (e) $\frac{a^4 - x^4}{a^3 - x^3} : \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}$.

Doprowadź do możliwie najprostszej postaci wyrażenia:

1.13. $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x + y}{2x - 2y} + 1$. 1.14. $\frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{6}{x^2 - 1} + \frac{3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$.

1.15. $\frac{ab + bc + ac + c^2}{ab - ac - bc + c^2} : \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}$. 1.16. $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{2x + 2y}{ax^2 + 2axy + ay^2}$.

1.17. $\left(\frac{3(x - y)}{x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{5}{6}} - x^{-\frac{1}{6}}y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot x^{\frac{1}{6}}$. 1.18. $\left(\frac{a^{1,5} - b^{1,5}}{a - b} - \frac{a - b}{a^{0,5} - b^{0,5}}\right) \cdot (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})$.

1.19. $\frac{1}{a - b} - \frac{3ab}{a^3 - b^3} - \frac{b - a}{a^2 + ab + b^2}$. 1.20. $\frac{n + 2 + \sqrt{n^2 - 4}}{n + 2 - \sqrt{n^2 - 4}} + \frac{n + 2 - \sqrt{n^2 - 4}}{n + 2 + \sqrt{n^2 - 4}}$.

1.21. $\left(\frac{5a}{a + x} + \frac{5x}{a - x} + \frac{10ax}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{a}{a + x} + \frac{x}{a - x} - \frac{2ax}{a^2 - x^2}\right)$.

1.22. $\left(\frac{a^2 - ab}{a^2b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + ab^2 - a^3}\right) \cdot \left(1 - \frac{b - 1}{a} - \frac{b}{a^2}\right)$.

1.23. $\left(\frac{(\sqrt{a} + 1)^3 - a\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 1)^2 - \frac{a - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}}\right)^{-1}$.

1.24. $\frac{a^2 + a - 2}{a^{n+1} - 3a^n} \left[\frac{(a + 2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a}\right], \quad n \in \mathbb{N}$.

1.25. Napisz rozwinięcia następujących potęg:

(a) $(x - y)^4$, (b) $(x + y)^5$, (c) $(\sqrt{x} - 1)^6$, (d) $(x - 3y)^5$, (e) $\left(1 + \frac{1}{5}\right)^5$.

1.26. Wyznacz współczynniki rozwinięcia dwumianu $\left(x^8 + \frac{1}{x^4}\right)^{12}$ występujący przy x^{60} .

