

Lista VI.

Wielomiany i działania na nich. Twierdzenie Bezoute'a.

Rozkład wielomianu na czynniki.

Równania i nierówności wielomianowe.

- 6.1.** Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. Oblicz $W(0)$, $W(1)$, $W(-1)$, $W(\sqrt{2})$.
- 6.2.** Wyznacz współczynniki m i n wielomianu $W(x) = x^3 + mx^2 + x + n$, tak aby $W(1) = -5$ i $W(-1) = -9$.
- 6.3.** Dane są wielomiany $F(x) = 2x - 3$, $G(x) = x^2 + bx + c$, $H(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 3$. Wyznacz współczynniki b i c , tak aby wielomian $F(x) \cdot G(x) - H(x)$ był wielomianem zerowym.
- 6.4.** Dla jakich liczb a , b i c wielomiany $a(x - 2)(x - 3) + b(x - 1)(x - 3) + c(x - 1)(x - 2)$ oraz $5x^2 - 19x + 18$ są równe ?
- 6.5.** Dla jakich liczb a , b i c wielomiany $x^3 - 12x + a$ oraz $(x + b)^2(x + c)$ są równe ?

Wykonaj dzielenie wielomianów:

- 6.6.** $(x^3 + x - 2) : (x - 1)$. **6.7.** $(x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 13x - 15) : (x^2 + x + 1)$.
- 6.8.** $(x^3 + 2x^2 - 3x - 10) : (x - 2)$. **6.9.** $(x^6 - y^6) : (x^3 - 2x^2y + 2xy^2 - y^3)$.

Oblicz resztę z dzielenia wielomianów:

- 6.10.** $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x - 3)$ **6.11.** $(3x^3 - 2x^2 - 3x + 2) : (3x^2 - 2)$
- 6.12.** $(x^5 - x + 1) : (x^2 + x + 1)$ **6.13.** $(x^8 + 2x^4 - x - 3) : (x^3 + x^2 + x)$

Nie wykonując dzielenia, zbadaj czy wielomian W jest podzielny przez wielomian P , jeśli:

- 6.14.** $W(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2$, $P(x) = x - 2$.
- 6.15.** $W(x) = x^{20} + x^{15} - 2$, $P(x) = x + 1$.
- 6.16.** $W(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$, $P(x) = (x - 2)(x - 1)$.
- 6.17.** $W(x) = x^{10} + x^6 + x^2 - 3$, $P(x) = x^2 - 1$.
- 6.18.** Znaleźć współczynnik b wiedząc, że wielomian $W(x) = x^3 + bx^2 + 6x + 4$ jest podzielny przez dwumian $x + 2$.
- 6.19.** Znaleźć współczynniki b i c wiedząc, że wielomian $W(x) = x^3 + bx^2 + cx + 6$ jest podzielny przez wielomian $P(x) = (x - 2)(x - 3)$.
- 6.20.** Wyznacz wielomian W , jeżeli W jest podzielny przez wielomian $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$, a wynikiem dzielenia W przez P jest dwumian $x - 1$.
- 6.21.** Wyznacz wielomian W , jeżeli w wyniku dzielenia wielomianu W przez wielomian $P(x) = x^2 - 5$ otrzymano iloraz $Q(x) = x^3 + 2x$ i resztę $R(x) = 3x + 5$.
- 6.22.** Nie wykonując dzielenia, wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x) = x^6 + 2x^5 + 3x + 4$ przez $P(x) = x - 1$.

6.23. Nie wykonując dzielenia, wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x) = x^5 + 2x^4 + 3x + 1$ przez $P(x) = (x + 2)(x - 1)$.

6.24. Wyznacz współczynnik c wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + 2x^3 + cx^2 + 7x + 5$ przez wielomian $P(x) = x + 1$ jest równa 5.

Rozłóż na czynniki wielomian W wiedząc, że liczba p jest pierwiastkiem wielomianu W :

6.25. $W(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$, $p = 1$. **6.26.** $W(x) = 4x^3 + 4x^2 + 3x - 3$, $p = 0,5$.

6.27. $W(x) = x^3 + x^2 - 7x - 3$, $p = -3$. **6.28.** $W(x) = 9x^4 - 12x^3 - 11x^2 - 2x$, $p = 2$.

Rozłóż na czynniki wielomian W :

6.29. $W(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$. **6.30.** $W(x) = 3x^3 + 13x^2 + 7x + 1$.

6.31. $W(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$. **6.32.** $W(x) = x^4 + 5x^2 + 6$.

6.33. $W(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4$. **6.34.** $W(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3$.

6.35. $W(x) = x^5 - 4x^3 + x^2 - 4$. **6.36.** $W(x) = x^4 - x^2 - 12$.

6.37. $W(x) = x^4 - 4x^2 + 4$. **6.38.** $W(x) = x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1$.

Rozwiąż równania:

6.39. $(3x + 2) \cdot (x^3 - 8) = 0$. **6.40.** $(x^2 - 16) \cdot (x^2 + 1) = 0$.

6.41. $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$. **6.42.** $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$.

6.43. $x^3 + 6x^2 + 5x - 12 = 0$. **6.44.** $x^4 + x^2 = 20$.

6.45. $x^5 - x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 6x - 6 = 0$. **6.46.** $2t^4 - 13t^3 - 13t^2 + 24t = 0$.

6.47. $z^3 - 9z^2 + 14z + 24 = 0$. **6.48.** $x^4 - 3x^2 - x^2 - 3 = 0$.

6.49. $|x^3 + x + 1| = 1$. **6.50.** $x^3 + x^2 - 2x = 0$.

Naszkicuj wykresy wielomianów o podanych wzorach W i w każdym przypadku podaj rozwiązanie nierówności $W(x) \leq 0$, a następnie nierówności $W(x) \geq 0$:

6.51. $W(x) = 2x \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$. **6.52.** $W(x) = -4 \cdot (x - \sqrt{3})^2 \cdot (x + 1)^3 \cdot (x - 5)$.

6.53. $W(x) = 2 \cdot x^3 \cdot (2x + 1) \cdot (4 - x^2)$. **6.54.** $W(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

6.55. $W(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. **6.56.** $W(x) = x^4 + 2x^2 + 1$.

Rozwiąż nierówności:

6.57. $(x + 3) \cdot (x^2 - 9) > 0$. **6.58.** $(1 - x^2) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 1)^2 \geq 0$.

6.59. $(6 - 3x)^3 \cdot (x - 4)^2 \leq 0$. **6.60.** $(x^2 - 16)^2 \cdot (x + 2)^3 \cdot (2x + 1)^4 \geq 0$.

6.61. $(2x + 3) \cdot (x^2 - 5x + 6) < 0$. **6.62.** $(4x^2 - 2x - 1) \cdot (2x^2 + 2x - 1) \geq 0$.

6.63. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 > 0$. **6.64.** $x^3 + 3x^2 - 9x + 5 \leq 0$.

6.65. $x^4 + 2x \geq 3x^2$. **6.66.** $x^3 - x \leq 3x$.

6.67. Wyznaczyć sumę współczynników wielomianu $(2x^3 + 3x - 6)^{2008}$.

6.68. Wyznaczyć sumę współczynników wielomianu $(x^3 - x + 1)^{50} + (2x^2 - 2x + 1)^{30}$.