

## Lista VI.

Wielomiany. Twierdzenie Bezoute'a.

Rozkład wielomianu na czynniki.

6.1. Znaleźć współczynnik  $b$  wiedząc, że wielomian  $W(x) = x^3 + bx^2 + 6x + 4$  jest podzielny przez dwumian  $x + 2$ .

6.2. Znaleźć współczynniki  $b$  i  $c$  wiedząc, że wielomian  $W(x) = x^3 + bx^2 + cx + 6$  jest podzielny przez wielomian  $P(x) = (x - 2)(x - 3)$ .

6.3. Wyznacz wielomian  $W$ , jeżeli  $W$  jest podzielny przez wielomian  $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$ , a wynikiem dzielenia  $W$  przez  $P$  jest dwumian  $x - 1$ .

6.4. W wyniku dzielenia wielomianu  $W$  przez wielomian  $P(x) = x^2 - 5$  otrzymano iloraz  $Q(x) = x^3 + 2x$  i resztę  $R(x) = 3x + 5$ . Wyznacz wielomian  $W$ .

Nie wykonując dzielenia, wyznacz resztę z dzielenia wielomianu  $W$  przez  $P$ , jeśli:

6.5.  $W(x) = x^6 + 2x^5 + 3x + 4$ ,  $P(x) = x - 1$ .

6.6.  $W(x) = x^5 + 2x^4 + 3x + 1$ ,  $P(x) = (x + 2)(x - 1)$ .

6.7. Wyznacz współczynnik  $c$  wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu  $W(x) = x^4 + 2x^3 + cx^2 + 7x + 5$  przez wielomian  $P(x) = x + 1$  jest równa 5.

Rozłóż na czynniki wielomian  $W$  wiedząc, że liczba  $p$  jest pierwiastkiem wielomianu  $W$ :

6.8.  $W(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ ,  $p = 1$ .      6.9.  $W(x) = 4x^3 + 4x^2 + 3x - 3$ ,  $p = 0,5$ .

6.10.  $W(x) = x^3 + x^2 - 7x - 3$ ,  $p = -3$ .      6.11.  $W(x) = 9x^4 - 12x^3 - 11x^2 - 2x$ ,  $p = 2$ .

Rozłóż na czynniki wielomian  $W$ :

6.12.  $W(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$ .      6.13.  $W(x) = 3x^3 + 13x^2 + 7x + 1$ .

6.14.  $W(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ .      6.15.  $W(x) = x^4 + 5x^2 + 6$ .

6.16.  $W(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4.$

6.17.  $W(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3.$

6.18.  $W(x) = x^5 - 4x^3 + x^2 - 4.$

6.19.  $W(x) = x^4 - x^2 - 12.$

6.20.  $W(x) = x^4 - 4x^2 + 4.$

6.21.  $W(x) = x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1.$

## Równania i nierówności wielomianowe.

Rozwiąż równania:

6.22.  $(3x + 2) \cdot (x^3 - 8) = 0.$

6.23.  $(x^2 - 16) \cdot (x^2 + 1) = 0.$

6.24.  $x^3 + x^2 - x - 1 = 0.$

6.25.  $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0.$

6.26.  $x^3 + 6x^2 + 5x - 12 = 0.$

6.27.  $x^3 + x^2 - 8x - 6 = 0.$

6.28.  $x^3 + 7x^2 - 14x - 120 = 0.$

6.29.  $x^4 + x^2 = 20.$

6.30.  $x^5 - x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 6x - 6 = 0.$

6.31.  $2t^4 - 13t^3 - 13t^2 + 24t = 0.$

6.32.  $z^3 - 9z^2 + 14z + 24 = 0.$

6.33.  $x^4 - 3x^2 - x^2 - 3 = 0.$

Naszkiej wykresy wielomianów o podanych wzorach  $W$  i w każdym przypadku podaj rozwiązanie nierówności  $W(x) \leq 0$ , a następnie nierówności  $W(x) \geq 0$ :

6.34.  $W(x) = 2x \cdot (x + 1) \cdot (x - 2).$

6.35.  $W(x) = -4 \cdot (x - \sqrt{3})^2 \cdot (x + 1)^3 \cdot (x - 5).$

6.36.  $W(x) = 2 \cdot x^3 \cdot (2x + 1) \cdot (4 - x^2).$

6.37.  $W(x) = x^4 - 2x^2 + 1.$

6.38.  $W(x) = x^4 - 5x^2 + 4.$

6.39.  $W(x) = x^4 + 2x^2 + 1.$

Rozwiąż nierówności:

6.40.  $(x + 3) \cdot (x^2 - 9) > 0.$

6.41.  $(1 - x^2) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 1)^2 \geq 0.$

6.42.  $(6 - 3x)^3 \cdot (x - 4)^2 \leq 0.$

6.43.  $(x^2 - 16)^2 \cdot (x + 2)^3 \cdot (2x + 1)^4 \geq 0.$

6.44.  $(2x + 3) \cdot (x^2 - 5x + 6) < 0.$

6.45.  $(4x^2 - 2x - 1) \cdot (2x^2 + 2x - 1) \geq 0.$

6.46.  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 > 0.$

6.47.  $x^3 + 3x^2 - 9x + 5 \leq 0.$

6.48.  $x^4 + 2x \geq 3x^2.$

6.49.  $x^3 - x \leq 3x.$

### Funkcja homograficzna i jej własności.

6.50. Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{5x - 6}{2x - 3}.$

(a) Określ dziedzinę funkcji  $f$ .

(b) Znajdź miejsce zerowe funkcji  $f$ .

(c) Znajdź ten argument, dla którego funkcja  $f$  przyjmuje wartość 3.

(d) Znajdź punkt przecięcia wykresu funkcji  $f$  z osią  $OY$ .

(e) Wyznacz te argumenty, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości nie większe od 5.

6.51. Dane są funkcje  $f(x) = \frac{2x + 5}{x - 3}$  i  $g(x) = \frac{x + 1}{x - 3}.$

(a) Naskicuj wykresy obu funkcji w jednym układzie współrzędnych.

(b) Określ przedziały monotoniczności obu funkcji.

(c) Podaj zbiór rozwiązań nierówności  $f(x) > g(x).$

### Funkcje wymierne. Równania i nierówności wymierne.

6.52. Podaną funkcję wymierną niewłaściwą przedstaw w postaci sumy wielomianu i funkcji wymiernej właściwej:

6.53.  $\frac{x^6}{x^2 + 2x + 2}.$

6.55.  $\frac{x^5 - 1}{x^3 - 1}.$

6.54.  $\frac{x^4 + 1}{x^4 - 1}.$

6.56.  $\frac{x^5 + x^4 - 8}{x^5 - 4x}.$