

Lista VII.

Funkcja wykładnicza, funkcja logarytmiczna

7.1. Narysować wykres funkcji:

(a) $y = 2^{x-1} + 2,$

(d) $y = 3^{|x|+2},$

(b) $y = -2^x + 1,$

(e) $y = |2^x - 2|.$

(c) $y = 3^{-x},$

7.2. Rozwiąż równanie:

(a) $2^{x+1} = 4,$

(d) $2^x + 2^{x-1} + 3 \cdot 2^{x-2} = 18,$

(b) $(5\sqrt{5})^x = 0,04 \cdot 125^{x-2},$

(e) $7^{x-1} = 5^{1-x}.$

(c) $3^{x+1} + 3^x = 36,$

7.3. Rozwiąż równanie:

(a) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0,$

(d) $7^x + 7^{1-x} - 8 = 0,$

(b) $3^{2x} + 2 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0,$

(e) $2^{x+\sqrt{x^2-4}} - 5 \cdot (\sqrt{2})^{x-2+\sqrt{x^2-4}} - 6 = 0.$

(c) $25^x + 6 \cdot 5^x + 5 = 0,$

7.4. Dla jakich wartości parametru k równanie $5^x = 3 - k$ nie ma rozwiązań?

7.5. Rozwiąż nierówność:

(a) $2^{3x-5} > 0,$

(d) $2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x-1} - 9 \leq 0,$

(b) $(\sqrt{6})^{x+1} > (\sqrt[3]{6})^x,$

(e) $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 < 0.$

(c) $(\frac{2}{3})^x > \frac{4}{9},$

7.6. Rozwiąż graficznie równanie $|3^x - 3| = -x^2 + 2x - 1.$

7.7. Rozwiąż graficznie nierówność $3^{|x|} > -x^2 + 1.$

7.8. Oblicz:

(a) $\log_2 16,$

(e) $\log_{\frac{1}{3}} 9,$

(i) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8},$

(m) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{4}} 8,$

(b) $\log_2 \frac{1}{4},$

(f) $\log_{27} 3,$

(j) $\log_{\frac{2}{3}} 2,25,$

(n) $\log_{\frac{1}{9}} 3\sqrt[3]{3},$

(c) $\log_3 27,$

(g) $\log_{25} 5,$

(k) $\log_{\sqrt{2}} 2,$

(o) $\log_6 1,$

(d) $\log_{10} 0,01,$

(h) $\log_{64} 16,$

(l) $\log_5 5\sqrt{5},$

(p) $\log_{11} 11.$

7.9. Znajdź liczbę x , jeżeli:

(a) $\log_{\frac{1}{2}} x = -3$,	(e) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$,	(i) $\log_x 64 = 3$,	(m) $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$,
(b) $\log_2 x = 5$,	(f) $\log_{0,01} x = -1$,	(j) $\log_x 8 = \frac{1}{2}$,	(n) $\log_x 0,125 = -2$,
(c) $\log_{\sqrt{2}} x = 4$,	(g) $\log_9 x = \frac{1}{2}$,	(k) $\log_x \frac{1}{81} = 4$,	(o) $\log_x 625 = \frac{3}{4}$,
(d) $\log_3 x = -3$,	(h) $\log_{16} x = -\frac{1}{4}$,	(l) $\log_x 4 = -2$,	(p) $\log_x 1 = 5$.

7.10. Oblicz:

(a) $2^{\log_2 32}$,	(c) $4^{\log_4 3}$,	(e) $49^{\log_7 2}$,	(g) $2^{3-\log_2 3}$,
(b) $3^{\log_3 5}$,	(d) $10^{2+2\log 7}$,	(f) $16^{\log_2 3}$,	(h) $8^{1-\log_2 3}$.

7.11. Naszkicuj wykresy funkcji:

(a) $y = \log_2 x $,	(d) $y = \log_2(x^2)$,	(g) $y = \log_3(1-x)$,
(b) $y = \log_2 x $,	(e) $y = 2 + \log_2 x$,	(h) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$,
(c) $y = \log_2(x-2)$,	(f) $y = \log_3(-x)$,	(i) $y = \log_{\frac{1}{2}} x^3$.

Dla każdej z tych funkcji podaj: dziedzinę, zbiór wartości i przedziały monotoniczności.

7.12. Rozwiąż graficznie równanie:

(a) $\log_2 x = -2x$,	(b) $\log_2 x = -x^2 + 1$,	(c) $\log_{\frac{1}{2}} x = -x^3 + 3$.
------------------------	-----------------------------	---

7.13. Do jakiego przedziału $(0; 1)$ czy $(1; +\infty)$ należy m , jeżeli:

(a) $\log_{\frac{1}{2}} m = -0,5$,	(d) $\log_2 m = -\frac{1}{4}$,	(g) $\log m = \frac{1}{10}$,
(b) $\log_3 m = 1,5$,	(e) $\log_{\frac{3}{4}} m = -3$,	(h) $\log_{0,6} m = -5$,
(c) $\log_{0,2} m = \frac{4}{3}$,	(f) $\log_4 m = \frac{1}{3}$,	(i) $\log_{\sqrt{2}} m = 0$.