Lista VIII.

Wektory w układzie współrzędnych. Równanie okręgu, elipsy, hiperboli, paraboli.

8.1. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt $(4, -2)$ i prostopadłej do wektora $[-2, 1]$.

8.2. Wskazać wektor prostopadły do prostej $3x + 7y - 11 = 0$.

8.3. Ułożyć równanie prostej przechodzącej przez punkt $(3, 1)$ i równoległej do wektora $[-2, 1]$.

8.4. Wskazać wektor równoległy do prostej $x - 4y + 8 = 0$.

8.5. Wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez punkty $(3, 4)$ i $(6, -1)$.

8.6. Narysować proste i wyznaczyć ich punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych:

(a) $y = \frac{2}{3}x + 3$,

(b) $y = 3x$,

(c) $y = -2x + 5$,

(d) $y = -\frac{3}{4}x + 3$,

(e) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

8.7. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt $M(2, 4)$ i odległej o $\rho = 1$ od punktu $A(0, 3)$.

8.8. Napisz równanie prostej prostopadłej do prostej $2x+6y-3 = 0$ i przechodzącej w odległości $\sqrt{10}$ od punktu $B(1, 8)$.

8.9. Wykaż, że punkt $M(-1, 2)$ należy do prostej o równaniu parametrycznym: $L: \ x = 2t, y = -1 - 6t$. Wyznacz wartość parametru odpowiadającą temu punktowi.

8.10. Wyznacz odległość punktu: $M(1, 1)$ od prostej: $L: \ x = -1 + 2t, y = 2 + t$.

8.11. Zapisz równanie okręgu o środku S i promieniu r, jeżeli:

a) $S(0, 3), r = 5$ b)$S(2, -1), r = 2$

8.12. Opisz za pomocą równania lub nierówności:

a) okrag;

b) koło;

c) wnętrze koła;

d) zewnętrze koła

o środku $S(2, -1)$ i promieniu $r = 3$.

Czy punkt $P(5, -1)$ należy do wnętrza tego koła?

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

8.13. Podaj długość promienia i współrzędne środka okręgu o równaniu:

a) $x^2 + y^2 = 5$; b) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$; c) $x^2 + y^2 - 4x = 0$; d) $x^2 + y^2 + y = 0$.

8.14. Narysuj okręgi z poprzedniego zadania w układzie współrzednych.

8.15. Zbadaj wzajemne położenie okręgów o równaniach:

(a) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ i $(x+3)^2 + y^2 = 1$;

(b) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ i $(x+5)^2 + y^2 = 1$;

(c) $x^2 + (y-1)^2 = 5$ i $(x-1)^2 + y^2 = 1$;

(d) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$ i $(x-4)^4 + y^2 = 1$;

(e) $x^2 + y^2 - 4\sqrt{2}x - 120 = 0$ i $x^2 + y^2 - 200 = 0$.

8.16. Zbadaj wzajemne położenie:

(a) prostej $x + 2y - 3 = 0$ i okręgu $x^2 + y^2 - 2x + 5y = 0$;

(b) prostej $x + 4y - 1 = 0$ i okręgu $x^2 + y^2 - 2x - 5y = 0$;

(c) prostej $2x + y = 0$ i okręgu $x^2 + x + y^2 = 0$.

8.17. Znajdź punkty przecięcia

(a) okręgu $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 4 = 0$ z prostą $x + 2y - 4 = 0$;

(b) okręgu $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 4 = 0$ z osiami układu współrzędnych;

(c) okręgów $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 4 = 0$ i $x^2 + y^2 + x - 7y = 0$.

8.18. Znajdź równanie stycznej do okręgu $x^2 + y^2 = 5$

(a) w punkcie $A(1, -2)$

(b) przechodzącej przez punkt $B(0, 5)$

(c) równoległej do prostej $2x - y = 0$

(d) prostopadłej do prostej $2x - y = 0$.

8.19. Napisz równanie krzywej, na której leżą punkty których kwadrat odległości od każdego z punktów $A(-3, 0)$, $B(0, 3), C(3, 0)$ jest równy 27.

8.20. Napisz równanie krzywej, na której leżą punkty, których odległość od każdego z punktów $F_(- 2, 0), F_2(2, 0)$ jest równa $2\sqrt{5}$.

8.21. Narysuj elipsę o równaniu $9x^2 + 25y^2 = 225$. Wyzacz: jej połosie, ogniska, równanie kanoniczne, kierwonice, mimośród.

8.22. Wykaż, że podane równania definiują elipsę, wyznacz półosie, ogniska i kierownice:

(a) $5x^2 + (y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$;

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

(b) $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$;

(c) $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$.

8.23. Określ położenie prostej względem elipsy:

(a) $2x - y - 3 = 0$, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$;

(b) $2x - y - 3 = 0$, $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$;

(c) $3x + 2y - 20 = 0$, $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$.

8.24. Narysuj hiperbolę: $16x^2 - 9y^2 = 144$. Wyznacz: półosie, równania asymptot.

8.25. Wykaż, że podane równania są równaniami hiperbol:

(a) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$;

(b) $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$;

(c) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$.

8.26. Napisz równanie linii, której punkty są równo odległe od prostej $y = -\frac{1}{2}$ i punktu $P(\frac{1}{2}, 0)$.

8.27. Wykaż, ze podan równani są równaniami parabol. Wskaż ogniska i kierownice:

(a) $y^2 = 4x - 8$;

(b) $x^2 = 2 - y$;

(c) $y = 4x^2 - 8x + 7$;

(d) $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7$;

(e) $x = -\frac{1}{4}y^2 + y$.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego