

Lista I.

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.

Miara łukowa kąta.

1.1. Wyraź w radianach:

(a) 30° , (b) 120° , (c) 225° , (d) 315° , (e) 450° , (f) 570° .

1.2. Wyraź w stopniach:

(a) $\frac{1}{6}\pi$ rad, (b) $\frac{1}{3}\pi$ rad, (c) $\frac{3}{4}\pi$ rad, (d) $\frac{1}{12}\pi$ rad, (e) $\frac{7}{12}\pi$ rad, (f) $\frac{8}{9}\pi$ rad.

1.3. Niech $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$, $\sphericalangle A = \alpha$ i $\sphericalangle B = \beta$. Wyznacz długości boków i kąty w trójkącie prostokątnym ABC , gdy $\sphericalangle C = 90^\circ$ oraz

(a) $a = 3$ cm, $b = 7$ cm, (c) $b = 7$ m, $c = 21$ m, (e) $a = 17$ cm, $\beta = 43^\circ$,

(b) $a = 6,3$ cm, $b = 12$ cm, (d) $a = 8$ cm, $\alpha = 32^\circ 10'$, (f) $b = 0,24$ m, $\alpha = 69^\circ$.

1.4. Niech $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$, $\sphericalangle A = \alpha$ i $\sphericalangle B = \beta$. Wyznacz długości boków i kąty w trójkącie prostokątnym ABC , gdy $\sphericalangle C = 90^\circ$ oraz

(a) $a = 30$ cm, $\alpha = 30^\circ$, (c) $a = 6$ cm, $c = 12$ cm, (e) $c = 16$ cm, $\beta = 60^\circ$,

(b) $a = 10$ cm, $\beta = 30^\circ$, (d) $c = 28$ cm, $\alpha = 30^\circ$, (f) $c = 2$ cm, $b = \sqrt{3}$ cm.

1.5. W trójkącie ABC dane są $\sphericalangle C = 120^\circ$, $|AC| = 7$ cm i $|BC| = 4$ cm. Oblicz długość boku AB .

1.6. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AC| = |CB|$ dane są ($\alpha = \sphericalangle BAC$, $\beta = \sphericalangle ABC$, $\gamma = \sphericalangle ACB$):

(a) $|AC| = 10$, $\gamma = 40^\circ$,

(d) $|AB| = 20$, $\gamma = 120^\circ$,

(b) $|CB| = 20$, $\alpha = 50^\circ$,

(e) $|AB| = 40$ cm, $|AC| = 25$,

(c) $|AC| = 15$, $\gamma = 100^\circ$,

(f) $|CB| = a$ cm, $\gamma = 150^\circ$.

Oblicz długości pozostałych boków i kąty.

- 1.7.** Dane są dwa boki a, b trójkąta ABC . Obliczyć bok c , jeżeli wiadomo, że miara kąta C jest dwa razy większa od miary kąta B .
- 1.8.** Dwa boki trójkąta mają długości 2 cm i 4 cm, a miara kąta między nimi wynosi 120° . Oblicz obwód tego trójkąta, jego pole oraz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.
- 1.9.** Dany jest trójkąt o bokach długości: 10,10, 14. Określ czy jest to trójkąt rozwartokątny. Oblicz jego pole.
- 1.10.** W trójkącie prostokątnym ABC kąt przy wierzchołku C jest prosty. Wiedząc, że $\sin \alpha = m$, oblicz $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin \beta$, $\cos \beta$, $\operatorname{ctg} \beta$ (α oznacza kąt przy wierzchołku A , β kąt przy wierzchołku B).

Własności funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta.

- 1.11.** Dla jakich $\alpha \in (0^\circ, 360^\circ)$ prawdziwe są następujące równania i nierówności:

(a) $\sin \alpha \cos \alpha > 0$;	(b) $\sin \alpha \cos \alpha < 0$;	(c) $\sin \alpha > \cos \alpha$;
(d) $\operatorname{ctg} \alpha < \sqrt{3}$;	(e) $\cos \alpha < \frac{1}{2}$;	(f) $\operatorname{tg} \alpha > \operatorname{ctg} \alpha$?

- 1.12.** Określ (bez użycia tablic) znak różnicy:

(a) $\sin 72^\circ - \sin 80^\circ$;	(b) $\cos 15^\circ - \cos 16^\circ$;	(c) $\cos 300^\circ - \cos 340^\circ$;
(d) $\operatorname{tg} 35^\circ - \sin 35^\circ$;	(e) $\sin 200^\circ - \sin 100^\circ$;	(f) $\sin 400^\circ - \sin 40^\circ$.

- 1.13.** Zbadaj, która z liczb w każdej z podanych par jest większa. Wstaw w miejsce „...” znak „=”, „<” lub „>”:

- (a) $\sin 1 \dots \operatorname{tg} 1$; (b) $\cos 1 \dots \operatorname{ctg} 1$; (c) $\sin 2 \dots \cos 2$;
 (d) $\sin \frac{\pi}{4} \dots \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$; (e) $\operatorname{ctg} \frac{3}{4}\pi \dots \operatorname{tg} \frac{3}{4}\pi$; (f) $\sin 5\pi \dots \cos 3\pi$.

1.14. Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta α , jeżeli:

- (a) $\sin \alpha = \frac{15}{17}$ i $90^\circ < \alpha < 180^\circ$; (b) $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ i $270^\circ < \alpha < 360^\circ$;
 (c) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{24}$ i $180^\circ < \alpha < 270^\circ$; (d) $\sin \alpha = -\sqrt{0,2}$ i $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

1.15. Oblicz $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ i $\operatorname{tg} \alpha$, gdy $\operatorname{ctg} \alpha = m$ i $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Sporządź wykresy podanych funkcji. Określ zbiór wartości tych funkcji, wyznacz ich wartość najmniejszą i największą. Jeśli podana funkcja jest funkcją okresową to podaj jej okres.

- 1.16. $y = \sin 2x$. 1.17. $y = \cos x - 1$. 1.18. $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 1.19. $y = |\operatorname{ctg} x|$. 1.20. $y = 2 \sin \frac{x}{2} - 1$. 1.21. $y = 1 - \frac{1}{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.
 1.22. $y = |\sin x|$. 1.23. $y = \sin x + |\sin x|$. 1.24. $y = \sin |x|$.

1.25. Uzupełnij poniższe tabele. Jeśli kąt nie istnieje, wpisz znak \times :

		$(0, 90^\circ)$	$(90^\circ, 180^\circ)$	$(180^\circ, 270^\circ)$	$(270^\circ, 360^\circ)$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{2}$				
	$-\frac{1}{2}$				
	$\frac{\sqrt{2}}{2}$				
	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$				
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$				
	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$				

		(0, 90°)	(90°, 180°)	(180°, 270°)	(270°, 360°)
COS α	$\frac{1}{2}$				
	$-\frac{1}{2}$				
	$\frac{\sqrt{2}}{2}$				
	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$				
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$				
	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$				

		sin α							
		0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
cos α	0								
	$\frac{1}{2}$								
	$-\frac{1}{2}$								
	$\frac{\sqrt{2}}{2}$								
	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$								
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$								
	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$								
	1								