

## Lista V.

Funkcja kwadratowa: miejsca zerowe, przedstawienia w postaci ogólnej, iloczynowej i kanonicznej. Wykresy funkcji kwadratowych.

Równania i nierówności kwadratowe.

5.1. Wyznacz postać iloczynową i kanoniczną trójmianów kwadratowych:

(a)  $w(x) = 4x^2 - x - 8$ ;

(d)  $w(x) = x^2 - 3x + 2$ ;

(b)  $w(x) = x^2 - 5x + 6$ ;

(e)  $w(x) = 2x^2 - 10x + 8$ ;

(c)  $w(x) = x^2 - x + 1$ ;

(f)  $w(x) = 6x^2 + 6x + 1$ .

5.2. Wykresy funkcji  $y = x^2 + bx$  przedstawiają pewną rodzinę parabol. Wyznacz parametr  $b$  tak, aby:

(a) do wykresu należał punkt  $A(-1, 3)$ ,

(b) miejscem zerowym była liczba 4,

(c) funkcja miała tylko jedno miejsce zerowe.

5.3. Wykresy funkcji  $y = ax^2 + 3$ , gdzie  $a \neq 0$  przedstawiają pewną rodzinę parabol. Wyznacz parametr  $a$  tak, aby:

(a) do wykresu należał punkt  $A(-2, -1)$ ,

(b) do wykresu należał punkt  $B(1, 3)$ ,

(b) funkcja miała miejsca zerowe -2 i 2.

5.4. Do wykresu funkcji  $y = ax^2 + bx + c$  należą punkty  $A, B, C$ . Wyznacz  $a, b$  i  $c$ .

(a)  $A(1, -4), B(2, -3), C(-1, 0)$ ,

(b)  $A(-1, 6), B(3, 6), C(4, 11)$ .

5.5. Oblicz współczynniki trójmianu  $y = ax^2 + bx + c$ , jeśli do jego wykresu należy punkt  $A(3, 0)$  i  $y_{max} = 12$  dla  $x = 1$ .

5.6. Przekształcając odpowiednio wykres funkcji  $y = x^2$ , naskicuj wykresy funkcji:

(a)  $y = (x + 1)^2$ ,

(d)  $y = x^2 - x - 2$ ,

(b)  $y = (x - 2)^2$ ,

(e)  $y = -x^2 + 2x - 1$ ,

(c)  $y = (x - 1)^2 + 2$ ,

(f)  $y = x^2 - 3x$ .

5.7. Wyznacz największą wartość funkcji w podanym przedziale:

(a)  $y = -2x^2 + x - 1 \quad x \in \langle 0; 2 \rangle$ ,

(c)  $y = 2x^2 - x + 1 \quad x \in \langle 0; 2 \rangle$ ,

(b)  $y = -x^2 - 3x + 10 \quad x \in \langle 0; 2 \rangle$ ,

(d)  $y = x - x^2 \quad x \in \langle 0; 2 \rangle$ .

5.8. Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie ma dwa różne rozwiązania.

(a)  $(m - 1)x^2 - 2mx + m = 0$ ,

(b)  $mx^2 - (m + 2)x + 2 = 0$ .

5.9. Rozwiąż nierówności:

(a)  $x^2 - 8x + 12 < 0$ ,

(c)  $2x(x - 10) \geq 4(x - 8)$ ,

(b)  $x^2 - 2x - 8 > 0$ ,

(d)  $x(x + 19) \leq 3(18 + 5x)$ .

Wielomiany. Działania na wielomianach. Dzielenie wielomianów  
z resztą.

5.10. Wyznacz współczynniki  $m$  i  $n$  wielomianu  $W(x) = x^3 + mx^2 + x + n$ , tak aby  $W(1) = -5$  i  $W(-1) = -9$ .

5.11. Dane są wielomiany  $F(x) = 2x - 3$ ,  $G(x) = x^2 + bx + c$ ,  $H(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 3$ .  
Wyznacz współczynniki  $b$  i  $c$ , tak aby wielomian  $F(x) \cdot G(x) - H(x)$  był wielomianem zerowym.

5.12. Dla jakich liczb  $a$ ,  $b$  i  $c$  wielomiany  $a(x - 2)(x - 3) + b(x - 1)(x - 3) + c(x - 1)(x - 2)$  oraz  $5x^2 - 19x + 18$  są równe?

Wykonaj dzielenie wielomianów:

**5.13.**  $(x^3 + x - 2) : (x - 1)$ .

**5.14.**  $(x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 13x - 15) : (x^2 + x + 1)$ .

**5.15.**  $(x^3 + 2x^2 - 3x - 10) : (x - 2)$ .

**5.16.**  $(x^6 - y^6) : (x^3 - 2x^2y + 2xy^2 - y^3)$ .

Oblicz resztę z dzielenia wielomianów:

**5.17.**  $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x - 3)$

**5.18.**  $(3x^4 + x^2 + 1) : (x + 2)$

**5.19.**  $(x^3 - 5x^2 + 8x - 2) : (x - 5)$

**5.20.**  $(3x^3 - 2x^2 - 3x + 2) : (3x^2 - 2)$

**5.21.**  $(x^5 - x + 1) : (x^2 + x + 1)$

**5.22.**  $(x^8 + 2x^4 - x - 3) : (x^3 + x^2 + x)$

Nie wykonując dzielenia, zbadaj czy wielomian  $W$  jest podzielny przez wielomian  $P$ , jeśli:

**5.23.**  $W(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2$ ,  $P(x) = x - 2$ .

**5.24.**  $W(x) = x^{20} + x^{15} - 2$ ,  $P(x) = x + 1$ .

**5.25.**  $W(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$ ,  $P(x) = (x - 2)(x - 1)$ .

**5.26.**  $W(x) = x^{10} + x^6 + x^2 - 3$ ,  $P(x) = x^2 - 1$ .

Nie wykonując dzielenia, wyznacz resztę z dzielenia wielomianu  $W$  przez  $P$ , jeśli:

**5.27.**  $W(x) = x^6 + 2x^5 + 3x + 4$ ,  $P(x) = x - 1$ .

**5.28.**  $W(x) = x^5 + 2x^4 + 3x + 1$ ,  $P(x) = (x + 2)(x - 1)$ .