Lista II.

1.1. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty

(a) $(1,2)$ i $(4,-6)$, **(b)** $(2,0)$ i $(2,-19)$, **(c)** $(3,3)$ i $(2,-7)$, **(d)** $(8,0)$ i $(-4,0)$.

1.2. Napisz równanie prostej

(a) równoległej do osi OY i przechodzącej przez punkt $(6,72)$,

(b) prostopadłej do osi OX i przechodzącej przez punkt $(6,-6)$,

(c) równoległej do prostej $2x-3y=0$ i przechodzącej przez punkt $(6,0)$,

(d) prostopadłęj do prostej $2x-3y=0$ i przechodzącej przez punkt $(6,0)$.

1.3. Naszkicuj rozwiązania układów nierówności

(a) $y \leqslant -x+2,\ -3 \leqslant x \leqslant 3$,

(b) $x-y-1 \geqslant 0,\ -1 \leqslant x \leqslant 2$,

(c) $x-y+4 \leqslant 0,\ x+y-2 \geqslant 0$,

(d) $x-y \geqslant 0,\ x-1 \geqslant 0,\ x-2 \leqslant 0$.

1.4. Uprość wyrażenia

(a) $x+|1-x|+2|x-2|$, gdy $1<x<2$;

(b) $|x|+|x+1|+|x-2|$, gdy $x<-1$;

(c) $|x-1|+\frac{x}{|x|}-|x+1|$, gdy $x<-2$.

1.5. Naszkicuj wykres funkcji

(a) $y=|x|+1$; **(a)** $y=|x|-3$; **(c)** $y=|x+2|-1$;

(d) $y=|x-3|+|x+1|$.

1.6. Rozwiąż równania

(a) $|x|=3$; **(b)** $|x+5|=2$; **(c)** $x+|x-1|=1$;

(d) $2x+|x-1|=2$; **(e)** $2x^2+|x|=1$; f) $|x^2-4|=4$.

1.7. Rozwiąż nierówności

(a) $|3-x|>1$; **(b)** $|2x-1| \leqslant 1$; **(c)** $|x-2|<4$;

(d) $|x^2-4| \leqslant 5$; **(e)** $|10-x^2|>1$; f) $|x-3|<2x$.

1.8. Przedstaw ilustracje graficzne nierówności

(a) $y>|x|+1$; **(b)** $y \leqslant |x-4|$; **(c)** $y-2<|x^2-1|$.

1.9. Wykresy funkcji $y=x^2+bx$ przedstawiają pewną rodzinę parabol. Naszkicuj kilka parabol. Wyznacz parametr b tak, aby:

(a) do wykresu należał punkt $A(-1,3)$,

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

(b) miescem zerowym była liczba 4,

(c) funkcja miała tylko jedno miejsce zerowe.

Jaką figurę tworzą wszystkie wierzchołki parabol należących do rodziny?

1.10. Do wykresu funkcji $y = ax^2 + bx + c$ należą punkty A, B, C. Wyznacz a, b i c.

(a) $A(1, -4)$, $B(2, -3)$, $C(-1, 0)$, **(b)** $A(-1, 6)$, $B(3, 6)$, $C(4, 11)$.

1.11. Oblicz współczynniki trójmianu $y = ax^2 + bx + c$, jeśli do jego wykresu należy punkt $A(3, 0)$ i $y_{max} = 12$ dla $x = 1$.

1.12. Wyznacz największą wartość funkcji w podanym przedziale:

(a) $y = -2x^2 + x - 1 \quad x \in \langle 0; 2\rangle$, **(c)** $y = 2x^2 - x + 1 \quad x \in \langle 0; 2\rangle$,

(b) $y = -x^2 - 3x + 10 \quad x \in \langle 0; 2\rangle$, **(d)** $y = x - x^2 \quad x \in \langle 0; 2\rangle$.

1.13. Siatką drucianą długości 60 m należy ogrodzić prostokątny plac przylegający jednym bokiem do muru. Jakie wymiary winien mieć plac, aby jego pole było największe?

1.14. Z prostokątnego arkusza tektury o wymiarach 30 cm i 50 cm należy wyciąc w rogach kwadraty tak, aby po złożeniu otrzymać otwarte pudełko. Jak dobrać długość boku kwadratu, aby pole powierzchni bocznej pudełka było największe?

1.15. Wyróżniki podanych trójmianów są dodatnie. Oblicz sumę i iloczyn miejsc zerowych każdego z trójmianów (bez obliczania miejsc zerowych):

(a) $y = x^2 - 8x + 12$, **(c)** $y = -3x^2 + 5x + 2$,

(b) $y = 2x^2 - 3x - 1$, **(d)** $y = 0,5x^2 - 4x - 3$.

1.16. Rozwiąż nierówności:

(a) $x^2 - 8x + 12 < 0$, **(c)** $2x(x - 10) \geqslant 4(x - 8)$,

(b) $x^2 - 2x - 8 > 0$, **(d)** $x(x + 19) \leqslant 3(18 + 5x)$.

1.17. Dla jakich wartości k zbiorem wartości funkcji jest $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$:

(a) $y = x^2 - (2 + k)x + 1$, **(b)** $y = kx^2 - 4x + k + 3$.

1.18. Doprowadź do najprostszej postaci

(a) $\frac{(m+3)!}{m!}$; **(c)** $\frac{2k(2k-1)!}{(2k)!}$; **(e)** $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}$;

(b) $\frac{(n-2)!}{n!}$, $n \geqslant 2$; **(d)** $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$; **(f)** $(n + 1)! - n!$,

gdzie m, n, k oznaczają liczby naturalne.