

Lista III.

Równania i nierówności kwadratowe

3.1. Rozwiąż równanie z niewiadomą x . Zbadaj liczbę rozwiązań w zależności od m i n .

(a) $x^2 - m^2 = 2mx + 1$,

(c) $x^2 + mn = (m + n)x$,

(b) $x^2 - mx + m = 1$,

(d) $x^2 + 2mx = n$.

3.2. Dla jakich wartości m równanie ma dokładnie jeden pierwiastek. Znajdź ten pierwiastek.

(a) $mx^2 + 2(m - 1)x + m - 3 = 0$,

(c) $x^2 + mx + m + 3 = 0$,

(b) $x^2 - mx + 2 = 0$,

(d) $mx^2 - 2mx + 5m - 12 = 0$.

3.3. Dla jakich wartości m równanie ma dwa różne rozwiązania.

(a) $(m - 1)x^2 - 2mx + m = 0$,

(b) $mx^2 - (m + 2)x + 2 = 0$.

3.4. Rozwiąż nierówności:

(a) $x^2 - 8x + 12 < 0$,

(c) $2x(x - 10) \geq 4(x - 8)$,

(b) $x^2 - 2x - 8 > 0$,

(d) $x(x + 19) \leq 3(18 + 5x)$.

Funkcje wielomianowe. Równania i nierówności wielomianowe.

3.5. Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. Oblicz $W(0)$, $W(1)$, $W(-1)$, $W(\sqrt{2})$.

3.6. Wyznacz współczynniki m i n wielomianu $W(x) = x^3 + mx^2 + x + n$, tak aby $W(1) = -5$ i $W(-1) = -9$.

Wykonaj dzielenie wielomianów:

3.7. $(x^3 + x - 2) : (x - 1)$.

3.8. $(x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 13x - 15) : (x^2 + x + 1)$.

Oblicz resztę z dzielenia wielomianów:

3.9. $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x - 3)$

3.10. $(3x^4 + x^2 + 1) : (x + 2)$

Nie wykonując dzielenia, zbadaj czy wielomian W jest podzielny przez wielomian P , jeśli:

3.11. $W(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2$, $P(x) = x - 2$.

3.12. $W(x) = x^{20} + x^{15} - 2$, $P(x) = x + 1$.

3.13. Znaleźć współczynnik b wiedząc, że wielomian $W(x) = x^3 + bx^2 + 6x + 4$ jest podzielny przez dwumian $x + 2$.

Nie wykonując dzielenia, wyznacz resztę z dzielenia wielomianu W przez P , jeśli:

3.14. $W(x) = x^6 + 2x^5 + 3x + 4$, $P(x) = x - 1$.

3.15. $W(x) = x^5 + 2x^4 + 3x + 1$, $P(x) = (x + 2)(x - 1)$.

Rozłóż na czynniki wielomian W wiedząc, że liczba p jest pierwiastkiem wielomianu W :

3.16. $W(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$, $p = 1$. **3.17.** $W(x) = 4x^3 + 4x^2 + 3x - 3$, $p = 0,5$.

Rozłóż na czynniki wielomian W :

3.18. $W(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$.

3.19. $W(x) = 3x^3 + 13x^2 + 7x + 1$.

3.20. $W(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$.

3.21. $W(x) = x^4 + 5x^2 + 6$.

Rozwiąż równania:

3.22. $(3x + 2) \cdot (x^3 - 8) = 0$.

3.23. $(x^2 - 16) \cdot (x^2 + 1) = 0$.

3.24. $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$.

3.25. $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$.

Naszkiej wykresy wielomianów o podanych wzorach W i w każdym przypadku podaj rozwiązanie nierówności $W(x) \leq 0$, a następnie nierówności $W(x) \geq 0$:

3.26. $W(x) = 2x \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$.

3.27. $W(x) = -4 \cdot (x - \sqrt{3})^2 \cdot (x + 1)^3 \cdot (x - 5)$.

3.28. $W(x) = 2 \cdot x^3 \cdot (2x + 1) \cdot (4 - x^2)$.

3.29. $W(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

Rozwiąż nierówności:

3.30. $(x + 3) \cdot (x^2 - 9) > 0$.

3.31. $(1 - x^2) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 1)^2 \geq 0$.

3.32. $(6 - 3x)^3 \cdot (x - 4)^2 \leq 0$.

3.33. $(x^2 - 16)^2 \cdot (x + 2)^3 \cdot (2x + 1)^4 \geq 0$.

3.34. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 > 0$.

3.35. $x^3 + 3x^2 - 9x + 5 \leq 0$.

3.36. Dla jakich wartości parametru p , dla których równanie $x^3 + 8x^2 + px = 0$ ma trzy różne rozwiązania?

3.37. Dla jakich wartości parametru m , równanie $x^4 - 6x^2 + m = 0$ ma cztery różne rozwiązania?