

## Lista V.

Działania na potęgach. Funkcja wykładnicza.

Oblicz:

5.1.  $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$ .

5.2.  $\frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$ .

5.3.  $\frac{25 \cdot (180 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6)}{(216^3 - 36^4)}$ .

5.4.  $\left(2\frac{1}{2}\right)^{50} \cdot (0,4)^{50}$ .

5.5.  $\left[\left(1\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2^{-2}\right]^{-3}$ .

5.6.  $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}\right]^{-2}$ .

5.7.  $\frac{\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}}}{16^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}$ .

5.8.  $\frac{\frac{1}{2} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{5}}}{(675^{\frac{1}{12}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 20^{0,3})^{-2}}$ .

5.9.  $(0,75)^{-28} \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^{-30}$ .

5.10.  $3\sqrt{27} \cdot 9^{-1,5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-2}$ .

5.11.  $\left[4 \cdot (0,5)^{\sqrt{3}}\right]^{2+\sqrt{3}}$ .

5.12.  $(0,5)^{\sqrt{5}} \cdot 2^{\sqrt{5}+2\sqrt{2}} \cdot (0,25)^{\sqrt{2}}$ .

5.13.  $\frac{\sqrt{5}^{\sqrt{5}} \cdot 5^{\sqrt{5}+1}}{125^{\frac{\sqrt{5}}{2}-1}}$ .

5.14.  $(2 - \sqrt{3})^{\sqrt{2}} \cdot (2 + \sqrt{3})^{\sqrt{2}}$ .

Wykonaj wskazane działania:

5.15.  $16x^2y^3 : \left(-\frac{20x^5y^4}{3a^2b}\right)$ .

5.16.  $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5} : \frac{7cd}{12a^3}\right) \cdot \frac{28a^4}{3b^2}$ .

5.17.  $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{2x + 2y}{ax^2 + 2axy + ay^2}$ .

5.18.  $\frac{2a^3 - 2b^3}{3a + 3b} : \frac{a^2 - 2ab + b^2}{6a^2 - 6b^2}$ .

5.19.  $(2a^2b^3c)^6 \cdot (-ab^2c^2d)^4$ .

5.20.  $(2xyz^2)^2 \cdot (-3x^2y^4x^5)^3 : (-3x^2yz)^3$ .

5.21. We wspólnym układzie współrzędnych wykonać wykresy funkcji:

(a)  $y = 2^x, y = 3^x, y = \left(\frac{3}{2}\right)^x,$

(c)  $y = 3^x, y = 3^{-x}, y = 3^{x-1},$

(b)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = \left(\frac{2}{3}\right)^x,$

(d)  $y = (0,1)^x, y = 10^x.$

5.22. Narysować wykres funkcji:

(a)  $y = 2^{x-1} + 2,$

(b)  $y = -2^x + 1,$

(c)  $y = 3^{-x},$

(d)  $y = 3^{|x|+2},$

(e)  $y = |2^x - 2|.$

5.23. Rozwiąż równanie:

(a)  $2^{x+1} = 4,$

(b)  $(5\sqrt{5})^x = 0,04 \cdot 125^{x-2},$

(c)  $3^{x+1} + 3^x = 36,$

(d)  $2^x + 2^{x-1} + 3 \cdot 2^{x-2} = 18,$

(e)  $7^{x-1} = 5^{1-x}.$

5.24. Rozwiąż równanie:

(a)  $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0,$

(b)  $3^{2x} + 2 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0,$

(c)  $25^x + 6 \cdot 5^x + 5 = 0,$

(d)  $7^x + 7^{1-x} - 8 = 0,$

(e)  $2^{x+\sqrt{x^2-4}} - 5 \cdot (\sqrt{2})^{x-2+\sqrt{x^2-4}} - 6 = 0.$

5.25. Dla jakich wartości parametru  $k$  równanie  $5^x = 3 - k$  nie ma rozwiązań?

5.26. Rozwiąż równanie  $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{7}{2}+x} - 3^{2x-1}$

5.27. Rozwiąż nierówność:

(a)  $2^{3x-5} > 0,$

(b)  $(\sqrt{6})^{x+1} > (\sqrt[3]{6})^x,$

(c)  $(\frac{2}{3})^x > \frac{4}{9},$

(d)  $2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x-1} - 9 \leq 0,$

(e)  $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 < 0.$

5.28. Rozwiąż nierówność:

(a)  $2^{-5x+3} < 4^{-\frac{1}{2}x^2},$

(b)  $3^{\frac{1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}+2} > 810,$

(c)  $3^{x^2-9x+7} > 1.$

5.29. Rozwiąż nierówność  $(\frac{2}{3})^{x^2} > (\sqrt{\frac{3}{2}})^x.$

5.30. Rozwiąż graficznie równanie  $|3^x - 3| = -x^2 + 2x - 1.$

5.31. Rozwiąż graficznie nierówność  $3^{|x|} > -x^2 + 1.$

5.32. Wyznaczyć parametry  $a, b$  we wzorze funkcji  $y = ab^x$ , tak aby do jej wykresu należały punkty  $(1, 20), (-1; 0, 4).$