

## Lista VIII.

## Funkcje cyklometryczne. Ciągi arytmetyczne i geometryczne

8.1. Oblicz:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \arcsin(-1) + \arcsin 1; & \text{(d)} \arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right); & \text{(g)} \arcsin(-0, 5); \\ \text{(b)} \arctg \sqrt{3} - \arctg 1; & \text{(e)} \operatorname{arcctg} \sqrt{3}; & \text{(h)} \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \\ \text{(c)} \arccos 0 + \arcsin 0; & \text{(f)} \operatorname{arcctg}(-1); & \text{(i)} \operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right). \end{array}$$

8.2. Oblicz:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \arccos(\arcsin 0, 4); & \text{(d)} \arcsin(\sin 0, 5); \\ \text{(b)} \arctg(\arcsin 0, 1); & \text{(e)} \arctg(\operatorname{arcctg} 3); \\ \text{(c)} \arcsin(\arctg 3); & \text{(f)} \arcsin(\arccos(-0, 2)). \end{array}$$

8.3. Naskicuj wykresy funkcji:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} y = \arcsin \frac{x}{2}; & \text{(f)} y = 2 - \arcsin x; \\ \text{(b)} y = \arccos(x - 1); & \text{(g)} y = 1 - 2 \arccos x; \\ \text{(c)} y = \arctg(-x); & \text{(h)} y = \frac{1 - \arctg x}{2}; \\ \text{(d)} y = \operatorname{arcctg} |x|; & \text{(i)} y = \arcsin \frac{1-x}{2}; \\ \text{(e)} y = \arctg |x|; & \text{(j)} y = 2 \arctg(2x). \end{array}$$

8.4. Napisz trzy początkowe wyrazy ciągu arytmetycznego, którego  $n$ -ty wyraz dany jest wzorem

$$\text{a) } a_n = \frac{3n-1}{6} \quad \text{b) } a_n = \frac{5n+7}{3} \quad \text{c) } a_n = \frac{8n-3}{5}.$$

8.5. Wiadomo, że  $a_1 = 3$  i  $r = 2$ . Oblicz  $a_{2008}$ .

8.6. Oblicz sumę wszystkich liczb naturalnych od 1 do 100.

8.7. Oblicz sumę wszystkich liczb nieparzystych od 1 do 99.

8.8. Koszt robót przy drążeniu studni przedstawia się następująco: pierwszy metr głębokości kosztuje  $a$  zł, a każdy następny o  $b$  zł drożej niż poprzedni. Obliczyć koszt budowy studni o głębokości 40 m.8.9. Wiadomo, że  $a_3 = 7$ , zaś  $a_6 = 13$ . Obliczyć  $a_1$  i  $a_5$  wiedząc, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym.

- 8.10. Ósmy wyraz ciągu arytmetycznego wynosi 37, zaś wyraz jedenasty wynosi 52. Oblicz wyraz dwudziesty.
- 8.11. Między liczby 28 i 52 wstawić dwie liczby  $x$  i  $y$  takie, aby ciąg  $(28, x, y, 52)$  był ciągiem arytmetycznym.
- 8.12. Suma pierwszego i piątego wyrazu ciągu arytmetycznego wynosi 18. Trzydziesty wyraz ciągu jest o 12 większy od wyrazu czternastego. Oblicz pierwszy wyraz ciągu i jego różnicę.
- 8.13. Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny. Przeciwprostokątna wynosi 30 cm. Oblicz długości przyprostokątnych.
- 8.14. W pewnym ciągu arytmetycznym  $a_1 = 8, a_n = 83, S_n = 728$ . Oblicz  $n$  i różnicę  $r$  tego ciągu.
- 8.15. Napisz trzy początkowe wyrazy ciągu arytmetycznego, dla którego suma  $n$  początkowych wyrazów wynosi
- a)  $S_n = 5n^2 + 3n$  b)  $S_n = 7n^2 - 5n$  c)  $S_n = 3n^2$ .
- 8.16. Oblicz jedenasty wyraz ciągu arytmetycznego, jeżeli suma jego  $n$  początkowych wyrazów wyraża się wzorem  $S_n = 3n^2 + 4n$ .
- 8.17. Wiadomo, że pierwszy wyraz ciągu geometrycznego wynosi 2, zaś iloraz jest równy 3. Oblicz piąty i siódmy wyraz tego ciągu.
- 8.18. W ciągu geometrycznym  $a_1 = 2$  i  $q = 2$ . Obliczyć sumę dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu.
- 8.19. Ciąg  $36, 12\sqrt{6}, 24, \dots$  jest ciągiem geometrycznym.
- a) Oblicz iloraz tego ciągu.
- b) Zapisz  $n$ -ty wyraz ciągu w postaci  $aq^n$ .
- c) Oblicz sumę ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu.
- 8.20. Basen ma kształt prostopadłościanu. Długości krawędzi tworzą ciąg geometryczny o ilorazie 3. Objętość basenu wynosi  $729 \text{ m}^3$ . Obliczyć długość krawędzi basenu.