

Lista IX.

Szereg geometryczny

Oblicz sumy podanych szeregów:

9.1. $\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \dots$

9.3. $\sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots$

9.2. $-4 - \frac{4}{5} - \frac{4}{25} - \frac{4}{125} + \dots$

9.4. $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \dots$

Zamień na ułamki zwykłe:

9.5. $2,(7).$

9.6. $0,5(45).$

9.7. $2,(21).$

9.8. $5,(002).$

9.9. Niech (a_n) będzie nieskończonym ciągiem geometrycznym o ilorazie q . Uzupełnij brakujące dane w każdej kolumnie tabelki:

a_1					$\frac{1}{2}$	9	70	-17
q	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{4}{5}$				
S	-1,7	18	2	-10	$\frac{3}{2}$	13,5	56	$-36\frac{2}{3}$

9.10. Znajdź iloraz zbieżnego ciągu geometrycznego, w którym $a_1 = 2$, a suma wyrazów jest 3 razy mniejsza od sumy kwadratów tych wyrazów.

9.11. Dla jakich wartości a szereg geometryczny o ilorazie $q = a^2 - 3a + 1$ jest zbieżny?

Elementy geometrii analitycznej

9.12. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt $(4, -2)$ i prostopadłej do wektora $[-2, 1]$.

9.13. Wskazać wektor prostopadły do prostej $3x + 7y - 11 = 0$.

9.14. Ułożyć równanie prostej przechodzącej przez punkt $(3, 1)$ i równoległej do wektora $[-2, 1]$.

9.15. Wskazać wektor równoległy do prostej $x - 4y + 8 = 0$.

9.16. Narysować proste i wyznaczyć ich punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych:

(a) $y = \frac{2}{3}x + 3,$

(b) $y = 3x,$

(c) $y = -\frac{3}{4}x + 3.$

9.17. Czy punkty $(1, -3)$ i $(0, 0)$ leżą po tej samej stronie prostej $2x - y + 5 = 0$?

9.18. Wyznaczyć stałą c tak, aby prosta $cx + (c + 1)y + c^2 = 0$ przechodziła przez punkt:

(a) $(1, 1)$,

(b) $(1, -1)$,

(c) $(2, -3)$.

9.19. Dane są wierzchołki trójkąta $A(1, 1)$, $B(3, 5)$ i $C(2, 4)$. Napisz równania prostych AB , AC i BC .

9.20. Zapisz równanie okręgu o środku S i promieniu r , jeżeli:

a) $S(0, 3)$, $r = 5$

b) $S(2, -1)$, $r = 2$

9.21. Opisz za pomocą równania lub nierówności:

a) okrąg;

b) koło;

c) wnętrze koła;

d) zewnątrz koła

o środku $S(2, -1)$ i promieniu $r = 3$. Czy punkt $P(5, -1)$ należy do wnętrza tego koła?

9.22. Podaj długość promienia i współrzędne środka okręgu o równaniu:

a) $x^2 + y^2 = 5$;

c) $x^2 + y^2 - 4x = 0$;

b) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$;

d) $x^2 + y^2 + y = 0$.

9.23. Narysuj okręgi z poprzedniego zadania w układzie współrzędnych.

9.24. Zbadaj wzajemne położenie okręgów o równaniach:

(a) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$ i $(x + 3)^2 + y^2 = 1$;

(b) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$ i $(x + 5)^2 + y^2 = 1$.

9.25. Zbadaj wzajemne położenie:

a) prostej $x + 2y - 3 = 0$ i okręgu $x^2 + y^2 - 2x + 5y = 0$;

b) prostej $x + 4y - 1 = 0$ i okręgu $x^2 + y^2 - 2x - 5y = 0$;

c) prostej $2x + y = 0$ i okręgu $x^2 + x + y^2 = 0$.

9.26. Znajdź punkty przecięcia

a) okręgu $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 4 = 0$ z prostą $x + 2y - 4 = 0$;

b) okręgu $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 4 = 0$ z osiami układu współrzędnych.

9.27. Napisz równanie elipsy, której ogniskami są punkty $F_1(-4, 0)$, $F_2(4, 0)$ wiedząc, że oś wielka tej elipsy ma długość 10.

9.28. Wyznacz współrzędne ognisk, mimośród i równanie kierownic elipsy danej równaniem:

(a) $4x^2 + 9y^2 = 36$,

(b) $2x^2 + 5y^2 = 6$,

(b) $x^2 + 5y^2 = 1$.