

## Lista IV.

## Układy równań.

Rozwiąż układy równań:

4.1. 
$$\begin{cases} 2x - 5y = -19 \\ -5x + 3y = 19 \end{cases}$$

4.2. 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ -4x + 3y = -29 \end{cases}$$

4.3. 
$$\begin{cases} -3x + y = 2 \\ 2x - 8y = 6 \end{cases}$$

4.4. 
$$\begin{cases} 7x - 3y = 10 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$$

4.5. 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -5 \\ 3x - \frac{1}{2}y = \frac{9}{2} \end{cases}$$

4.6. 
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = \frac{23}{12} \\ \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y = \frac{37}{6} \end{cases}$$

## Funkcja homograficzna i jej własności.

4.7. Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{5x - 6}{2x - 3}$ .

- (a) Określ dziedzinę funkcji  $f$ .
- (b) Znajdź miejsce zerowe funkcji  $f$ .
- (c) Znajdź ten argument, dla którego funkcja  $f$  przyjmuje wartość 3.
- (d) Znajdź punkt przecięcia wykresu funkcji  $f$  z osią  $OY$ .
- (e) Wyznacz te argumenty, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości nie większe od 5.

4.8. Dane są funkcje  $f(x) = \frac{2x + 5}{x - 3}$  i  $g(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$ .

- (a) Naszkicuj wykresy obu funkcji w jednym układzie współrzędnych.
- (b) Określ przedziały monotoniczności obu funkcji.
- (c) Podaj zbiór rozwiązań nierówności  $f(x) > g(x)$ .

## Funkcje wymierne.

Podaną funkcję wymierną niewłaściwą przedstaw w postaci sumy wielomianu i funkcji wymiernej właściwej:

4.9.  $\frac{x^6}{x^2 + 2x + 2}$ .

4.11.  $\frac{x^5 - 1}{x^3 - 1}$ .

4.10.  $\frac{x^4 + 1}{x^4 - 1}$ .

4.12.  $\frac{x^5 + x^4 - 8}{x^5 - 4x}$ .

## Rozkład na ułamki proste.

Podaj rozkłady na ułamki proste wskazanych funkcji wymiernych właściwych:

4.13.  $\frac{x}{(x+1)(x+2)(x-3)}$ .

4.17.  $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x^2 + x}$ .

4.14.  $\frac{1}{x^2 + x - 2}$ .

4.18.  $\frac{x}{(x^2 + 2)^2}$ .

4.15.  $\frac{2x + 4}{x^3 - 2x^2}$ .

4.19.  $\frac{x^3 - 2x + 3}{1 - x^4}$ .

4.16.  $\frac{x^3 + x + 1}{x^4 + x^2}$ .

4.20.  $\frac{1}{x^8 + x^6}$ .

## Równania i nierówności wymierne.

Rozwiąż podane równania i nierówności wymierne:

4.21.  $\frac{x^2 - 3, 5x + 1, 5}{x^2 - x - 6} = 0$ .

4.22.  $\frac{2x - 2}{x^2 - 36} - \frac{x - 2}{x^2 - 6x} = \frac{x - 1}{x^2 + 6x}$ .

4.23.  $\frac{12}{1 - 9x^2} = \frac{1 - 3x}{1 + 3x} + \frac{1 + 3x}{3x - 1}$ .

4.24.  $\frac{2x - 3}{x - 1} + 1 = \frac{6x - x^2 - 6}{x - 1}$ .

4.25.  $\frac{(x - 1)(x + 2)^2}{-1 - x} < 0$ .

4.26.  $\frac{x - 2}{x + 1} < -\frac{1}{2}$ .

4.27.  $\frac{x - 1}{x + 1} < x$ .

4.28.  $\frac{(2 - x^2)(x - 3)^3}{(x + 1)(x^2 - 3x - 4)} \geq 0$ .

4.29. Rozwiąż układ nierówności  $\begin{cases} \frac{x^2 + 1}{16 - 5x^2} \leq 2 \\ \frac{x}{3 - x} > 0 \end{cases}$ .