

Oznaczenia:	$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	Natural
	$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$	Zahl
	$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0 \right\}$	Quotient
	$\mathbb{R} =$ zbiór liczb rzeczywistych.	Real

1 Przekształcenia wyrażeń algebraicznych, wzory skróconego mnożenia.

Definicja 1.1. Wyrażeniem algebraicznym nazywamy jedną lub kilka wielkości algebraicznych: liczb, symboli literowych, połączonych znakami działań, takimi jak dodawanie „+”, odejmowanie „-”, mnożenie „·”, dzielenie „:”, potęgowanie „(·)ⁿ”, pierwiastkowanie „ $\sqrt[n]{\cdot}$ ” itp. oraz różnego rodzaju nawiasami. Nawiasy pozwalają ustalić kolejność wykonywania działań arytmetycznych.

Przykłady wyrażeń algebraicznych: $\frac{a^2 - 3}{b - a}$, $\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{a - b}$, $\frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$, $\frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$.

Definicja 1.2. Tożsamość algebraiczna to taka równość dwu wyrażeń algebraicznych, że po wstawieniu dowolnych wartości liczbowych w miejsce symboli literowych równość jest prawdziwa.

Podstawowe tożsamości algebraiczne - WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (1)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad (2)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad (3)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad (4)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (5)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (6)$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) \quad (7)$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \quad n > 1, n \in \mathbb{N} \quad (8)$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k, \quad \text{gdzie } n \in \mathbb{N}, \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}. \quad (9)$$

Definicja 1.3. Przekształceniem tożsamościowym nazywamy dowolne przekształcenie danego wyrażenia algebraicznego, które produkuje wyrażenie tożsamościowo mu równe.

Przekształceniem wyrażeń algebraicznych nazywamy sprowadzenie ich do równoważnych (na ogół prostszych) postaci, np. w celu skrócenia danego wyrażenia, usunięcia niewymierności z mianownika itp.:

$$\frac{a(a-b) - a^2}{ab - a^2} = \frac{b}{a-b}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b}.$$